

快速排序算法模板 —— 模板题 AcWing 785. 快速排序

```
void quick_sort(int q[], int l, int r)
{
    if (l >= r) return;

    int i = l - 1, j = r + 1, x = q[l + r >> 1];
    while (i < j)
    {
        do i ++ ; while (q[i] < x);
        do j -- ; while (q[j] > x);
        if (i < j) swap(q[i], q[j]);
    }
    quick_sort(q, l, j), quick_sort(q, j + 1, r);
}
```

归并排序算法模板 —— 模板题 AcWing 787. 归并排序

```
void merge_sort(int q[], int l, int r)
{
    if (l >= r) return;

    int mid = l + r >> 1;
    merge_sort(q, l, mid);
    merge_sort(q, mid + 1, r);

    int k = 0, i = l, j = mid + 1;
    while (i <= mid && j <= r)
        if (q[i] <= q[j]) tmp[k ++ ] = q[i ++ ];
        else tmp[k ++ ] = q[j ++ ];

    while (i <= mid) tmp[k ++ ] = q[i ++ ];
    while (j <= r) tmp[k ++ ] = q[j ++ ];

    for (i = l, j = 0; i <= r; i ++, j ++ ) q[i] = tmp[j];
}
```

整数二分算法模板 —— 模板题 AcWing 789. 数的范围

```

bool check(int x) { /* ... */ } // 检查x是否满足某种性质

// 区间[l, r]被划分成[l, mid]和[mid + 1, r]时使用:
int bsearch_1(int l, int r)
{
    while (l < r)
    {
        int mid = l + r >> 1;
        if (check(mid)) r = mid;    // check()判断mid是否满足性质
        else l = mid + 1;
    }
    return l;
}

// 区间[l, r]被划分成[l, mid - 1]和[mid, r]时使用:
int bsearch_2(int l, int r)
{
    while (l < r)
    {
        int mid = l + r + 1 >> 1;
        if (check(mid)) l = mid;
        else r = mid - 1;
    }
    return l;
}

```

浮点数二分算法模板 —— 模板题 AcWing 790. 数的三次方根

```

bool check(double x) { /* ... */ } // 检查x是否满足某种性质

double bsearch_3(double l, double r)
{
    const double eps = 1e-6;    // eps 表示精度，取决于题目对精度的要求
    while (r - l > eps)
    {
        double mid = (l + r) / 2;
        if (check(mid)) r = mid;
        else l = mid;
    }
    return l;
}

```

高精度加法 —— 模板题 AcWing 791. 高精度加法

```

// C = A + B, A >= 0, B >= 0
vector<int> add(vector<int> &A, vector<int> &B)
{
    if (A.size() < B.size()) return add(B, A);

    vector<int> C;
    int t = 0;
    for (int i = 0; i < A.size(); i ++ )
    {
        t += A[i];
        if (i < B.size()) t += B[i];
        C.push_back(t % 10);
        t /= 10;
    }

    if (t) C.push_back(t);
    return C;
}

```

高精度减法 —— 模板题 AcWing 792. 高精度减法

```

// C = A - B, 满足A >= B, A >= 0, B >= 0
vector<int> sub(vector<int> &A, vector<int> &B)
{
    vector<int> C;
    for (int i = 0, t = 0; i < A.size(); i ++ )
    {
        t = A[i] - t;
        if (i < B.size()) t -= B[i];
        C.push_back((t + 10) % 10);
        if (t < 0) t = 1;
        else t = 0;
    }

    while (C.size() > 1 && C.back() == 0) C.pop_back();
    return C;
}

```

高精度乘低精度 —— 模板题 AcWing 793. 高精度乘法

```
// C = A * b, A >= 0, b >= 0
vector<int> mul(vector<int> &A, int b)
{
    vector<int> C;

    int t = 0;
    for (int i = 0; i < A.size() || t; i++)
    {
        if (i < A.size()) t += A[i] * b;
        C.push_back(t % 10);
        t /= 10;
    }

    while (C.size() > 1 && C.back() == 0) C.pop_back();

    return C;
}
```

高精度除以低精度 —— 模板题 AcWing 794. 高精度除法

```
// A / b = C ... r, A >= 0, b > 0
vector<int> div(vector<int> &A, int b, int &r)
{
    vector<int> C;
    r = 0;
    for (int i = A.size() - 1; i >= 0; i--)
    {
        r = r * 10 + A[i];
        C.push_back(r / b);
        r %= b;
    }
    reverse(C.begin(), C.end());
    while (C.size() > 1 && C.back() == 0) C.pop_back();
    return C;
}
```

一维前缀和 —— 模板题 AcWing 795. 前缀和

$$S[i] = a[1] + a[2] + \dots + a[i]$$

$$a[1] + \dots + a[r] = S[r] - S[1 - 1]$$

二维前缀和 —— 模板题 AcWing 796. 子矩阵的和

$S[i, j]$ = 第*i*行*j*列格子左上部分所有元素的和
 以(*x1*, *y1*)为左上角, (*x2*, *y2*)为右下角的子矩阵的和为:
 $S[x2, y2] - S[x1 - 1, y2] - S[x2, y1 - 1] + S[x1 - 1, y1 - 1]$

一维差分 —— 模板题 AcWing 797. 差分

给区间 $[l, r]$ 中的每个数加上 c : $B[l] += c, B[r + 1] -= c$

二维差分 —— 模板题 AcWing 798. 差分矩阵

给以 $(x1, y1)$ 为左上角, $(x2, y2)$ 为右下角的子矩阵中的所有元素加上 c :

$S[x1, y1] += c, S[x2 + 1, y1] -= c, S[x1, y2 + 1] -= c, S[x2 + 1, y2 + 1] += c$

位运算 —— 模板题 AcWing 801. 二进制中1的个数

求 n 的第 k 位数字: $n \gg k \& 1$

返回 n 的最后一位1: $\text{lowbit}(n) = n \& -n$

双指针算法 —— 模板题 AcWing 799. 最长连续不重复子序列, AcWing 800. 数组元素的目标和

```
for (int i = 0, j = 0; i < n; i++)
{
    while (j < i && check(i, j)) j++;

    // 具体问题的逻辑
}
```

常见问题分类:

- (1) 对于一个序列, 用两个指针维护一段区间
- (2) 对于两个序列, 维护某种次序, 比如归并排序中合并两个有序序列的操作

离散化 —— 模板题 AcWing 802. 区间和

```
vector<int> alls; // 存储所有待离散化的值
sort(alls.begin(), alls.end()); // 将所有值排序
alls.erase(unique(alls.begin(), alls.end()), alls.end()); // 去掉重复元素

// 二分求出x对应的离散化的值
int find(int x) // 找到第一个大于等于x的位置
{
    int l = 0, r = alls.size() - 1;
    while (l < r)
    {
        int mid = l + r >> 1;
        if (alls[mid] >= x) r = mid;
        else l = mid + 1;
    }
    return r + 1; // 映射到1, 2, ...n
}
```

区间合并 —— 模板题 AcWing 803. 区间合并

```
// 将所有存在交集的区间合并
void merge(vector<PII> &segs)
{
    vector<PII> res;

    sort(segs.begin(), segs.end());

    int st = -2e9, ed = -2e9;
    for (auto seg : segs)
        if (ed < seg.first)
        {
            if (st != -2e9) res.push_back({st, ed});
            st = seg.first, ed = seg.second;
        }
        else ed = max(ed, seg.second);

    if (st != -2e9) res.push_back({st, ed});

    segs = res;
}
```